

(招待講演) ヴァイオリンのモード振動における 実験と数値シミュレーションの比較検証*

○横山 真男 (明星大)

1 はじめに

ヴァイオリンの振動解析や音響解析の目的はいくつかあるが、その一つにストラディヴァリのようなオールド楽器の音色と新作のそれとの違いを解明することが挙げられる。そのためにアーチの形状や板の厚みの他、板の機械的性質がどのように振動や音響に影響を与えるのかといった解剖学的な理解が目的となることが多い。つまるところ、ストラディヴァリに代表されるようなオールドイタリアンの音を再現される方法を見つけたいというヴァイオリン製作者や音響学者の夢がある。

近年では、コンピュータの性能向上につれて有限要素法や境界要素法を用いた数値シミュレーションによる解析が進んでいる[1]。また3次元データ解析のためにレーザースキャナ[2]やCTスキャナも用いられている[3]。

本稿ではそのようなオールドイタリアンのヴァイオリンの研究の一つである、本体のモード解析について古典的なクラドニ法による解析と、近年筆者が取り組んでいる数値シミュレーションによる解析について紹介する。

2 ヴァイオリンのモード解析とクラドニ法

ヴァイオリンの近代的な解析は1970年代頃から行われ、実験によるモード解析[4]や音響解析[5,6]など多くの研究がなされてきた。

楽器の形状や寸法はストラディヴァリの時代にほぼ確定しているが、製作者によりデザインが異なるので振動特性や音響特性も違う。もっとも、自然の木が材料なので仮に完全に同じ寸法で作ったとしても同じ振動特性や音色にはならない。人間と同じく1本1本全て異なる機械的性質をもつのである。Curtinの実験結果[7]によると、数多くのヴァイオリンのプレートのタップトーンであるMode 5の周波数や比重を計測しているが、どの楽器もそれらの値が全く異なっている。タップトーン

ンというのは、ヴァイオリン製作者が表板・裏板を削りアーチと厚さを完成させるときに聞いている音である。板の端より3cm程度内側をつまむようにして持ち、板の中心部分を反対の手でコンコンと叩き、チューナでそのピッチを計測する。このつまんでいる位置はまさにリングモードとよばれる mode 5 のノードラインである。

このタップトーンを含むモード振動を可視化してチェックする方法として、ヴァイオリン製作の現場でもクラドニ法が用いられている(正確には実施してデータ化して製作に活かしている製作者とそうでない製作者がいる)。クラドニ法は、任意の周波数の純音を発生させるスピーカーの上に平行に板を置き、軽い粒子を均一に撒き、スピーカーからの周波数を徐々に変化させ、Fig.1のようにノードが現れた時の入力周波数とそのノードの形状を観察する実験である。ヴァイオリン製作者が参照するモードは主に2つで、Fig.2に示し



Fig.1 Vibration mode by Chladni method (right: back plate, mode 2)

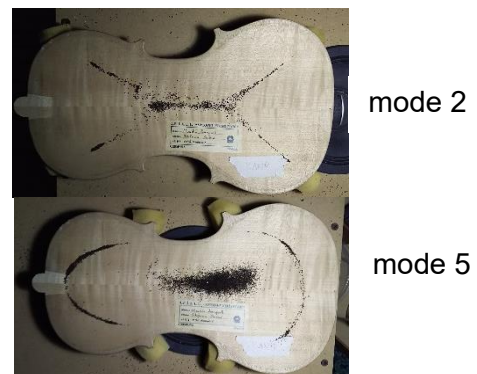


Fig.2 Mode shapes (mode 2, 171 Hz and 5, 352 Hz) of back-plate of violin by Chladni Method.

* Modal analysis of violin by experiment and numerical simulation, by YOKOYAMA, Masao (Meisei University).

た mode 2 (X モード) と mode 5 (リングモード) であり、その目標値は Table 1 となっている。ノードラインがゆがまずきれいに出ることも重要である。

Table 1. Approximate Mode frequencies of free top / back plate (Hz), Moisture Content:6%[8].

Plate	mode 2	mode 5
Top plate, without f hole, bass bar	155	340
with f hole	138	310
with bass bar and f hole	(160)	345
Back plate	155 - 160	340 - 350

3 非侵襲解析と数値シミュレーション

3.1 数値シミュレーションの利用

ヴァイオリン研究における数値シミュレーションの利点として、対象が木工製品による個体差が大きいことやパラメータが多いため理論的な解析が難しいことが挙げられる。一本一本手で削られて出来上がったヴァイオリンは、本体のアーチや板の厚み等における 0.1mm の違いが音色を分ける。そして、魂柱やバスバー、駒、弦をはじめ多くのパーツが取り付けられていて、それら一つ一つが音に大きく影響する。さらに、演奏者の持つ弓や弓毛、松脂、さらにその時々演奏者の弾く力加減や速度に、計測する部屋の音響、録音機器などなど、変動要因は数えるときりがない。

また、数値シミュレーションによる解析は 300 年以上も経つオールド楽器の振動や音響の非侵襲的解析に役立つことが期待できる。歴史的な文化財となっているイタリアのオールド楽器などは、かつてのように分解してクラドニ法のような実験[9]をすることはもちろん、インパクトハンマなどによる振動解析もすることはほぼ許されない現状があるからである。

ならば、音声言語処理のようにたくさんのデータから統計的手法で解析すればよいのでは、と考えられるかもしれないが、それはヴァイオリンにおいてはかなり難しい。ヴァイオリンを 1 つ作るのに多くの時間と製作費がかかるため、パラメトリック試験のために数多く作って実験するといったことは時間的・経済的に困難である。特に、名器といわれるイタリアのオールド楽器は、そもそもの本数が少ない上に、今や文化財としての価値を持

つため、1 本のデータ計測をするだけでも大変な手続きを踏まなければいけないので、統計的な手法のための満足なサンプル数は現実的には望めない。

そこで、数多い変動要因を減らし定性的・定量的に振動や音響の特徴を捉えるのに、コンピュータによる数値解析が考えられている。筆者も、これまで 3D レーザースキャナを用いてヴァイオリンの裏板・裏板をスキャンし有限要素法による数値シミュレーションを行ってきた[10]。しかし、楽器の振動と周辺音場を同時に計算する連成数値シミュレーションは近年始まったばかりで、振動モードと周辺音場の関係についての定性的・定量的な解明には至っていない。

3.2 数値シミュレーションの実施例

本研究では、3D レーザースキャナとして Romer ABSOLUTE ARM を使い、解像度は最小 0.01 mm で、ヴァイオリンの裏板の表面(外側)と内側の両面をスキャンした。そして、Polyworks™ (InnovMetric Software) を用いてその内外のデータを合わせ、スキャン時のエラーやノイズである断片や小孔などを除去し STL ファイルとして保存した。そのポリゴンデータを COMSOL Multiphysics™ にインポートし、自動メッシュ機能により四面体メッシュを生成し(メッシュ数は約 234k)、有限要素法により固有振動を計算した。

ここで、ヴァイオリンのように木材でできた物体を計算対象とする場合は、木材の直行異方性を当該ソフトウェアの計算に設定する必要がある。COMSOL に設定する直交異方性の軸として木目方向 (Longitudinal) とそれに直交する年輪方向 (Radial)、そして、年輪の周方向 (Tangential) の 3 方向を設定した。設定値については、Table 2 に示すように、ヤング率 (縦弾性係数, Young's modulus)、剛性率 (Rigidity modulus)、ポアソン比 (Poisson's ratio) であり、それぞれの値は文献[11]で計測された代表値を用いた。ここで、 E_T 、 E_R および剛性率の各値は長さ方向のヤング率 E_L に対する比率である。ヤング率 E_L については文献[11]より、メープルには 12.6GPa を、またスプルーには 9.9GPa を用いた。なお、これらの値はスキャンした楽器の実際の物性値とは異なるため、今後、数値シミュレーション

に与えるオールド楽器の物性値をどう計測するかを検討する必要がある。

Table 2 Values for Orthotropic properties for setting in numerical simulation[Green 11]

Property	Maple	Spruce
Young's module E_L	12.6(GPa)	9.9(GPa)
E_R/E_L	0.132	0.078
E_T/E_L	0.065	0.043
Rigidity modulus G_{LR}/E_L	0.111	0.064
G_{RT}/E_L	0.021	0.003
G_{LT}/E_L	0.063	0.061
Poisson's ratio μ_{LR}	0.424	0.372
μ_{RT}	0.774	0.435
μ_{LT}	0.476	0.467

3.3 シミュレーション結果

実際のヴァイオリンの板の厚みは均一ではなく、中央部が厚く周辺部へかけて緩やかに薄くなっている。数値シミュレーションにおいても、この厚みを考慮しないと正しい計算結果が得られなく、表面のアーチの形状のみをスキャンするだけでは不十分である[2,10]。

Fig.3 は実際の厚みを考慮した場合と均一な厚み（すなわち仮想的な厚みを与えたシェルによるシミュレーション）を比較した結果を示す。固有振動周波数は全てのモードにおいて異なった。一方、ノードラインについては、mode 1 と mode 2 はほぼ同じであったが、mode 5 は異なり、実際の厚みのシミュレーション結果ではノードラインが丸みをおびていた。これは Fig.2 に示すようにスキャンに用いたのと同じ板をクラドニ法で実験した形状によく似ており、実際の厚みで計算することの重要性を示している。

4 現状と今後

最近、筆者はイタリアのストラディヴァリおよびガアルネリー族の製作したヴァイオリンをマイクロCTスキャンにて3D形状を取得と解析を進めている。同じく COMSOL を使用して魂柱やバスバーを含む本体の数値シミュレーションを行い、材質の変化によるモード振動と周辺音場の影響について解析を行っている (Fig.4, ヴァイオリン:Guarneri Giuseppe Filius Andrea 1698)。ヴァイオリン本体のモード振動には、Breath Mode とよばれる A0 モードや中央部のねじれモード (CBR)、野球ボールの縫い目 (Seam) に似た音の放射に影響

する B1-, B1+というモードがあり、楽器の音色の特徴を決めるモードとされている (Signature Mode)。そのようなヴァイオリン本体のノードラインも実験結果に似た結果が得られている (Fig.5)。音の放射や音色についての解析も進めており、Fig.6 のようにモード振動と周辺音場の連成解析ができるようになった。

今後であるが、本スペシャル・セッションのテーマである振動板を湾曲させることによる音の放出という観点からヴァイオリンの音の解析を検討したい。ストラディヴァリ等の素晴らしいとされる楽器の音響特性の解明の糸口になるかもしれない。

謝辞

招待講演という貴重な機会を頂き幹事の方々に感謝いたします。

参考文献

- [1] Gough, C. E. "A violin shell model: vibrational modes and acoustics" The Journal of the Acoustical Society of America 137.3 (2015): 1210-1225.
- [2] Pezzoli, M. et al. "Predictive simulation of mechanical behavior from 3D laser scans of violin plates." Proceedings of International Conference on Acoustics 2019 (2019).
- [3] Bissinger, G. and Oliver, D. "3-D laser vibrometry on legendary old Italian violins." Sound and Vibration 41.7 (2007): 10-15.
- [4] Moral, A. J., and Jansson, E. V. "Input admittance, eigenmodes and quality of violins." Report STL-QPSR (1982): 2-3.
- [5] Schleske, M. "Empirical tools in contemporary violin making: Part I." Catgut Acoust. Soc. J.(Series II) 4 (2002): 50-64.
- [6] Wang, L. M. and Burroughs, C. B. "Directivity patterns of acoustic radiation from bowed violins." (1999).
- [7] Curtin, J. "Tap tones and weights of old Italian violin tops." The Journal of the Violin Society of America, 20.2 (2005): 161.
- [8] Kreit, P. "The Sound of Stradivari." (2018).
- [9] Hutchins, C.M. and Benade V., "Research papers in violin acoustics, 1975-1993" Vol. 1. The Acoustical Society of America (1997).
- [10] Yokoyama, M. et al. "Influence of orthotropic properties on vibration of violin top plates" Proceedings of International Conference on Acoustics 2019 (2019).
- [11] Green, D. W. et al. "Mechanical properties of wood. Wood handbook: wood as an engineering material" General technical report FPL; GTR-113: (1999): 4.1-4.45, 113.

Constant Thickness
d = 3.5mm

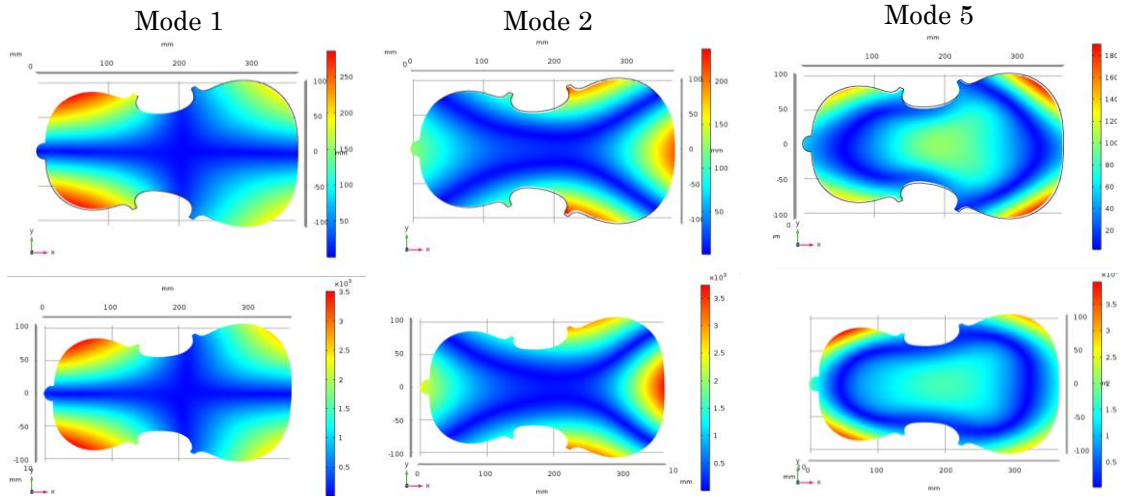


Fig. 3 Difference of the mode vibration between uniform thickness and real thickness of violin back plate, (a) mode 2, (b) mode 5.

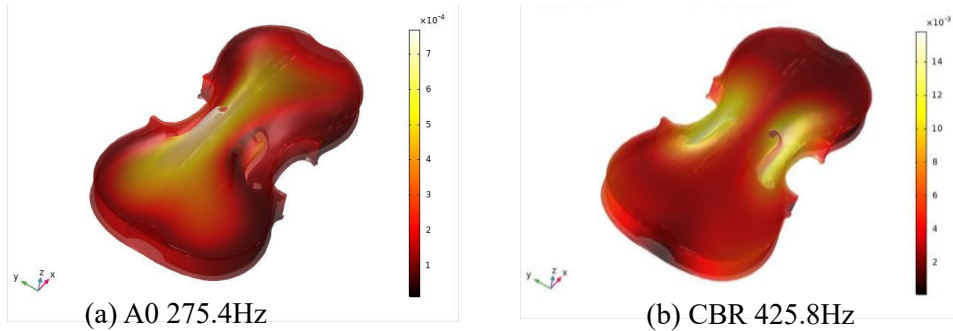


Fig.4 Displacement of violin in mode A0 and CBR

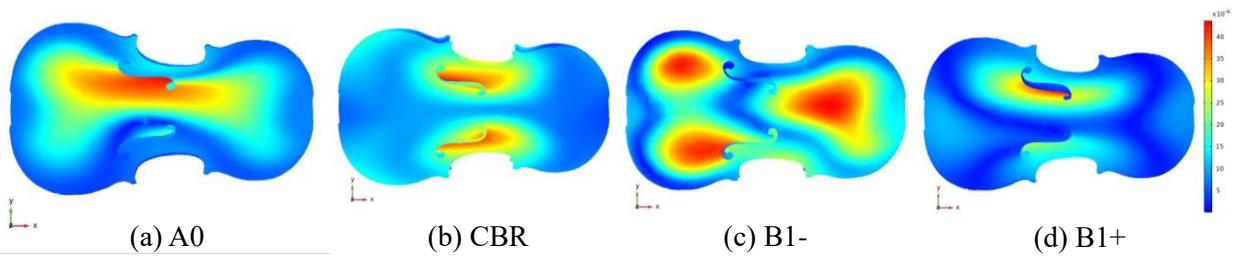


Fig.5 Displacement and node line of top plate by 3D FEM numerical simulation.

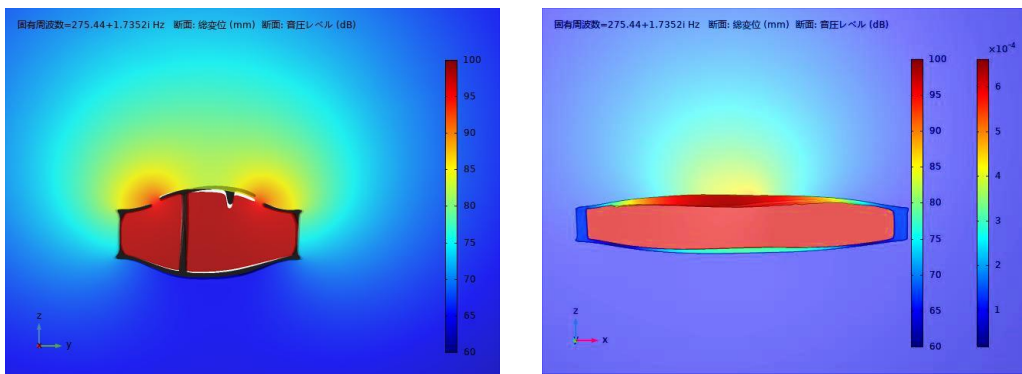


Fig. 6 Acoustic radiation in y-z plane at sound post and x-z plane at bass bar (mode A0, dB).