

ストラディヴァリのヴァイオリンの周辺音場の数値シミュレーション

Numerical simulation of near sound field around a Stradivari's violin

横山 真男[†] 吉田小百合^{††} 堀西基^{††}

Masao YOKOYAMA[†] Sayuri YOSHIDA^{††} Yuki HORI^{††}

[†] 明星大学情報学部 〒191-0042 東京都日野市程久保 2 丁目 1-1

^{††} 株式会社文京楽器 〒112-0002 東京都文京区小石川 2-2-13

[†] Faculty of Information, Meisei University 2-1-1 Hodokubo, Hino-Shi, Tokyo, 191-8506, Japan

^{††} 2-2-13 Bunkyo Gakki Co., Ltd. Koishikawa Bunkyo ku, Tokyo 112-0002, Japan

Abstract The sound field around the body of an old violin made by Stradivari are studied in this paper, where the highly precise geometry of the violin is scanned using a micro-CT scanner. Assuming the orthotropic properties of woods (spruce and maple), the major vibration modes of the violin, such as A0, and the acoustic pressure around the violin body are calculated using the finite element method. The objective of this study is to clarify the relationships between the mode vibrations and the acoustic radiations.

1. はじめに

我々は、ストラディヴァリに代表されるようなオールド・ヴァイオリンにおける振動と周辺音場を数値シミュレーションで解析している。これまでも楽器本体のモード振動の解析を行ってきたが[1]、本稿ではネックを含む楽器全体および駒からの加振による振動と音場の連成シミュレーションについて報告する。

ヴァイオリンのモード振動や周辺音場の解析は1970年代頃から行われ[2]、近年では数値シミュレーションによる解析も進んでいる[3]。我々も高精度な3D スキャナを用いて、特に名器といわれるいくつかのオールド・イタリアンのヴァイオリンの本体をスキャンし、有限要素法による数値シミュレーションを行ってきた[4]。

2. CT スキャンと数値シミュレーションについて

数値シミュレーションに用いる3Dのジオメトリデータの取得について概要を示す。東京都産業技術総合研究所にあるマイクロCTスキャナを用いて、A.Stradivari 作のヴァイオリンを0.1mmの精度でスキャンした。スキャンしたデータは多くのノイズや小片を含んでいるため、それらを取り除いてStep形式のファイルで保存している。

そのCADデータをCOMSOL Multiphysics™にインポートし3次元のジオメトリデータを作成する。ただし、COMSOL Multiphysicsで解析する際の性能の限界ため、メッシュ数は最適化により1/10程度に減らしている。自動メッシュ機能により四面体メッシュが生成され(要素数は約150万)、有限要素法で計算される。

ヴァイオリンに用いられるような木材を計算対

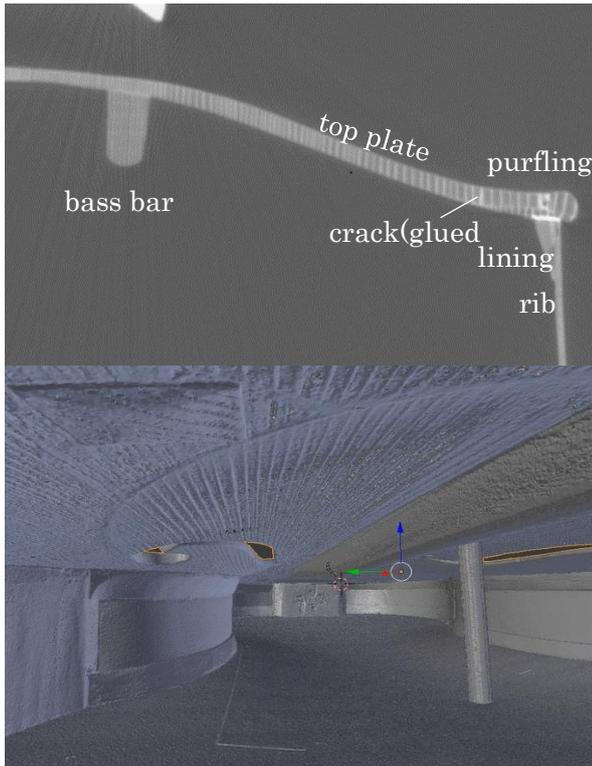


Fig.1 Cross section by micro CT scanner and visualization of inside of violin by CAD software.

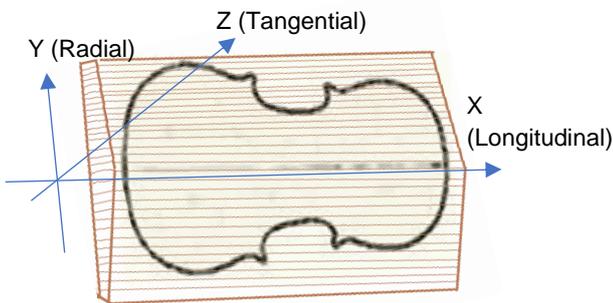


Fig.2 Setting of orthotropic in violin plate

象とする場合には、木材の異方性を数値シミュレーションに設定する必要がある。一般にヴァイオリンの材料は Fig.2 のように製材される。本研究では、数値シミュレーションに設定する物理的特性は木目方向 (Longitudinal) とそれに直交する年輪方向 (Radial)、そして年輪の周方向 (Tangential) の 3 方向の直交異方性でモデル化している。なお、それぞれの直交異方性の設定値については、Table 1 に示すように、ヤング率 (縦弾性係数、Young's modulus)、剛性率 (Rigidity modulus)、ポアソン比 (Poisson's ratio) であり、

それぞれの値は文献[5]で計測された代表値を用いている (実際のストラディヴァリの物性値の取得は現実的には困難であり、この点については今後の課題である)。

Table 1 Values for Orthotropic properties for setting in numerical simulation[5]

Property	Maple	Spruce
Young's module E_R / E_L	0.132	0.078
E_T / E_L	0.065	0.043
Rigidity modulus G_{LR} / E_L	0.111	0.064
G_{RT} / E_L	0.021*	0.003
G_{LT} / E_L	0.063	0.061
Poisson's ratio μ_{LR}	0.424	0.372
μ_{RT}	0.774	0.435
μ_{LT}	0.476	0.467

* G_{RT} is assumed by the average of other hard woods

3. シミュレーション結果

3.1 モード振動と周辺音場

前回の報告[1]では、楽器の共鳴箱である本体のみの振動および周辺音場に絞って計算を行ったが、今回はネックや指板などの影響を考慮してそれらを含む楽器全体を計算対象としている。

ヴァイオリンの振動解析においては 1000Hz 以下の低次モードに着目して解析が行われている [2-4]。A0 モードは breath mode や air cavity mode と呼び表板全体が上下に振動する吸込み湧き出しの単極子のような振動モードで、音量に関連すると言われる。また、他には CBR (Center Bout Rotation) モードというねじれモードや、表板の振動に関連する B1 と裏板の振動に関連する B1+(Corpus mode)がある[3]。

Fig.3 に本シミュレーションによる周波数応答の結果を示す。A0 モードは図中の 294Hz に当たる箇所である。加振位置は駒の E 線側の横で、y 方向に 1 N で荷重をかけた状態を計算したものである。点線がバスバー側の f 字孔の下付近の加速度で、実線が表板上空 30cm の音圧である。図に示されるようなピークは他の研究の実験[2]においても測定されており、このように数値計算で周波数応答の実験の代替として模擬ができる。

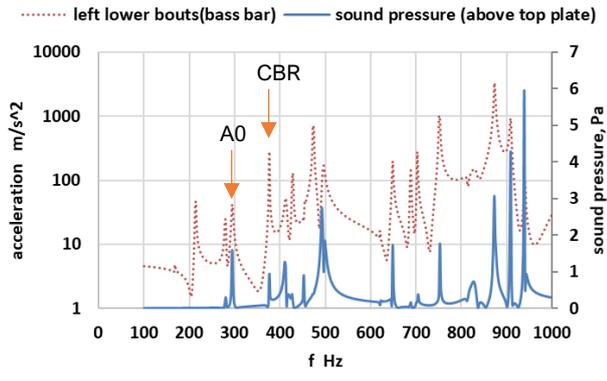


Fig.3 Frequency response of body by FEM (Stradivari 1708). Dotted line depicts the acceleration at lower bouts under f-hole on top plate. Solid line depicts the sound pressure about 50 cm above top plate in air(Fig.7 A).

次に Fig.4 に A0 モードの本体表面の変位のコンター図を示す。駒やバスバーが無い状態では表板全体が振動するが、これらのパーツが有るとバスバー側 (Fig.4 上図: 表板では本体の上側、また下図: 裏板では下側) の振動が大きいことがわかる。スクロールや指板の先端も大きく振動している。このことは演奏したときに該当部を触ると振動しているのを容易に確認できる。

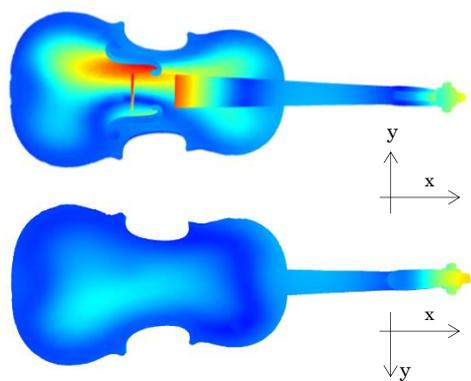


Fig.4 Displacement in mode A0. Red area depicts 1.0×10^3 mm and blue area depicts 0 mm.

また、Fig.5 に空中に放射された音場として、表板のアーチの頂点より上方 15mm、および裏板のアーチの頂点より下方 15mm における x-y 平面の音圧分布を示す。ともに楽器本体の両側に均等に分布しているのがみられる。f 字孔の音圧が高いことから、ヘルムホルツ共鳴による f 字孔の効果もみられる。裏板側では C-bouts(楽器なかほどの凹み部分)に沿って音圧が広がっている。A0 モード

では主に響板である表板の音圧変化が大きく、表から裏への回り込みがあるとみられる。

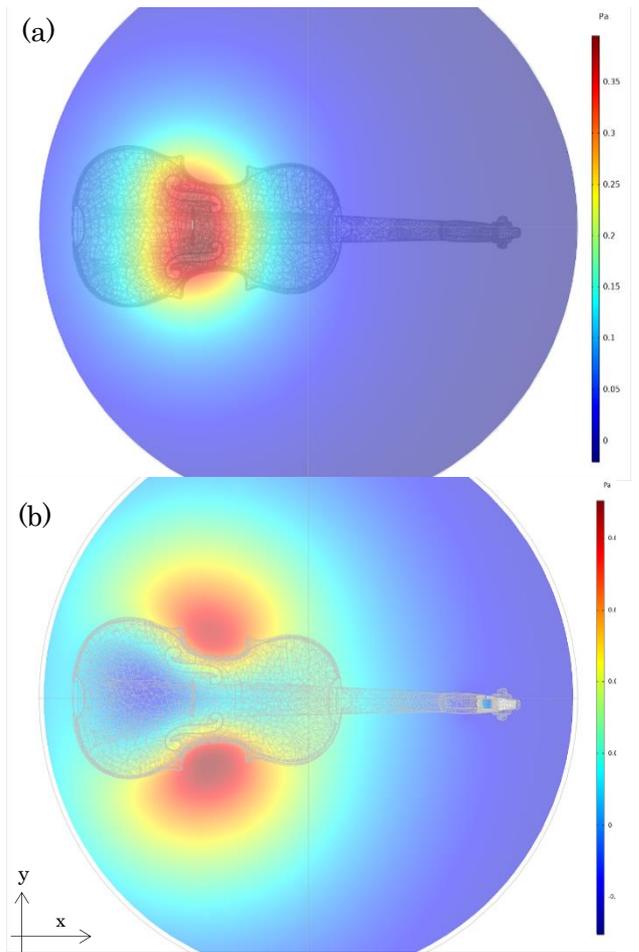


Fig.5 Sound pressure fields in A0 mode around body of violin in x-y plane (a) 15mm above from top of arch of top-plate and (b) 15mm below from back-plate. Red depicts 1.0 Pa and blue depicts -1.0 Pa.

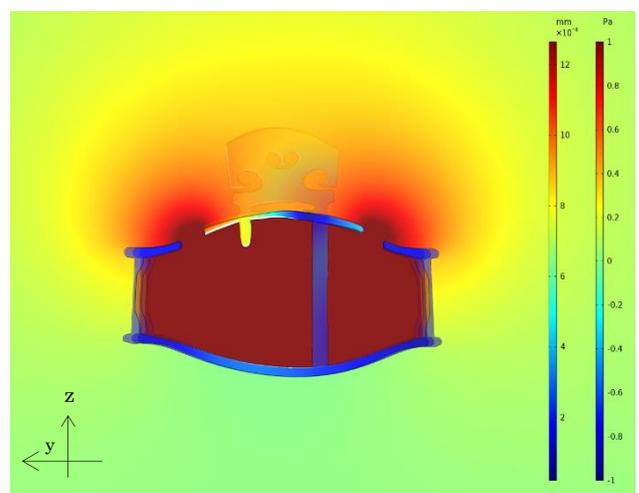


Fig.6 Sound pressure fields in A0 mode around body of violin in y-z plane at bridge and sound post.

Fig.6 に駒・魂柱を含む y-z 平面における変位量と音圧分布を示す。赤い部分が変位量の大きいところ、青は変位していない箇所である。バスバーと f 字孔の内側のウイング部における変位が大きいことがわかる。また、ヘルムホルツ共鳴による内部音圧の高さと f 字孔周りにおける音圧変化、また、左右の音圧分布の広がりが見える。楽器内部の音圧は外部に比べ 10 倍ほど違っており、これは最近の Gough の実験結果[3]に近い。

3.2 駒に強制振動を与えた場合

Fig.7 に本数値シミュレーションのメッシュ(約 150 万要素)と強制振動を与えた位置を示す。図の中ほどに示した駒に G 線が乗る位置で、196Hz(G3) の正弦波振動を横水平方向(y 軸方向)に与えた。

Fig.8 にヴァイオリン本体の z 方向(図の上方向)の変位量を示す。赤い箇所は変位量が正の、また青い箇所が負の変位量である。駒は y 方向(左右)に振動しそれに合わせて表板の振動も左右に交互に振動する。特にバスバーのある本体左側の方の変位量が多い。また、あまり音量や音色に関係ないと言われているが、スクロールや指板の変位も見られる。(動きの詳細はリンク先の動画を参照[7])

Fig.9 に駒と魂柱の位置における y-z 平面の音圧分布を示す。また、Fig.10 に x-y 平面における音圧の時間変化を示す(表板のアーチの最高点より 30 mm 上方)。駒の振動開始から 1 周期($T=1/196$ sec)分を示しており、駒の正弦振動により表板が振動し、図のように f 字孔や C-bouts を中心として概ね同心円状に分布している様子が見える。これまでも実験により低音域では楽器の周囲をまんべんなく音が放射されることが報告されている[6]。今後、加振位置と加振周波数(音高)を変化させて数値シミュレーションにより放射特性の解析を行っていく。

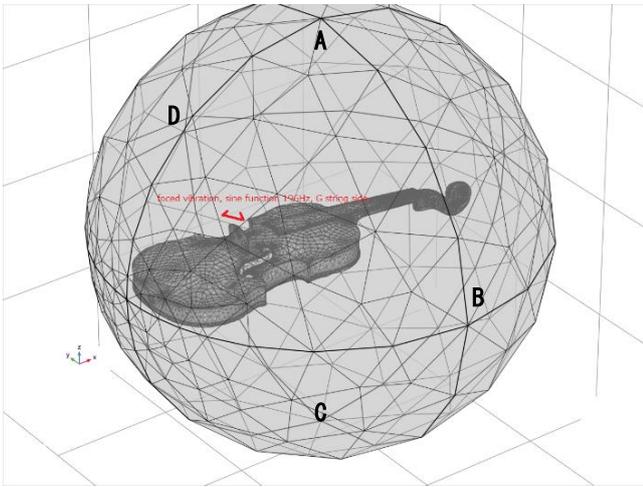


Fig.7 Meshes of numerical simulation and point forced vibration. Each point A-D is the position where sound pressure is calculated in Fig.11.

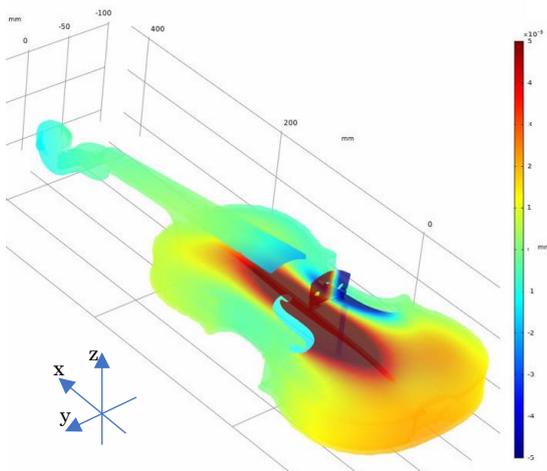


Fig.8 Displacement of violin by forced vibration on bridge where G string puts (196Hz). Bass bar side vibrates largely. Scroll and finger board also vibrates.



Fig.9 Sound pressure field in y-z plane in forced vibration by sine wave of 196Hz at the G string position on bridge.

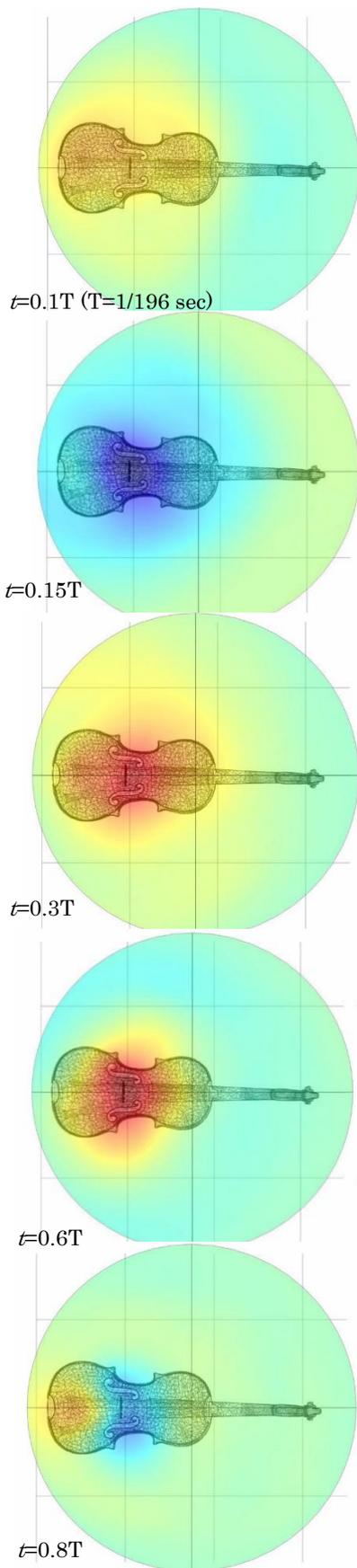


Fig. 10 Sound pressure fields around body of violin in x-y plane 15mm above from top of arch of top-plate.

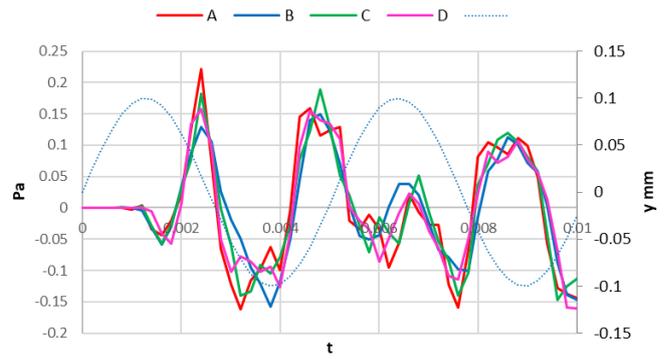


Fig.11 Time development of sound pressure around violin body at the points A-D shown in Fig 7.

Fig.11 は楽器周辺の音場について時間変化を示したものである。各線は、駒への加振開始より約2周期分($t=0\sim 0.01$ 秒)の、楽器の上下左右の位置におけるそれぞれの音圧変化である。Fig.7のA-Dの位置で測定した音圧で、点線は強制振動の周期である。どの点も圧力はほぼ同じく変動している。なお、他のFig.7の球の外周上においても同様な音圧で変動していた。以上より、G線の196Hz(G3)で振動では同心円状に拡散していることがシミュレーション結果で得られた。

以上のような楽器周辺の音場解析は実験環境では無響室でアレイマイクを使って実測できるが、その設備は限られており計測のコストは高い。よって、数値シミュレーションにより実験の代替が可能となれば大変有用な手法である。今後、他の周波数でも確認を進めたい。

4. おわりに

本研究では、COMSOL Multiphysics を用いた有限要素法によるヴァイオリンの本体の振動モードと周辺音場の連成数値シミュレーションを行った。周辺音場については、いくつかの実験環境で行われている解析をシミュレーションで代替できるかの検証を行った。今後は弦の加振による楽器の振動と音場の解析にまで拡張したい。そのために、現在、スーパーコンピュータの利用による大規模数値計算による解析の検討を行っている。

参考文献

- [1] 横山真男, 吉田小百合, 堀西基. "ヴァイオ

リンの構造・音響連成数値シミュレーション." 音楽音響研究会資料 39.5 (2020): 13-18.

- [2] Bissinger, G. "Contemporary generalized normal mode violin acoustics" *Acta Acustica united with Acustica* 90.4 (2004): 590-599.
- [3] Gough, C. E. " Acoustic characterisation of string instruments by internal cavity measurements " *The Journal of the Acoustical Society of America* 150.3 (2021): 1922-1933.
- [4] Yokoyama, Masao. "Coupled numerical simulations of the structure and acoustics of a violin body." *The Journal of the Acoustical Society of America* 150.3 (2021): 2058-2064.
- [5] Green, D. W., Winandy, J. E., and Kretschmann, D. E. "Mechanical properties of wood. Wood handbook: wood as an engineering material" Madison, WI: USDA Forest Service, Forest Products Laboratory, 1999. General technical report FPL; GTR-113: (1999): 4.1-4.45, 113.
- [6] L. M. Wang, C. B. Burroughs, "Directivity patterns of acoustic radiation from bowed violins." Vol.3-7 (1999) pp. 9-17.
- [7] <https://youtu.be/m3cgG-TJs9Q>